

hinreichend notwendig	$A \Rightarrow B$, A ist wahr, so ist auch B wahr \rightarrow A ist hinreichend für B B ist notwendig für A	Additionstheorem	$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$ $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$ $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ $\tan(k \mp l) = \frac{\tan x \pm \tan l}{1 \mp \tan x \tan l}$
De Morgan	$S \setminus (A \cup B) = (S \setminus A) \cap (S \setminus B)$ $S \setminus (A \cap B) = (S \setminus A) \cup (S \setminus B)$	Polardarst.	$z = a + ib = z e^{i\varphi}$ $\varphi = \arccos \frac{a}{r}$ \rightarrow normieren!
binomische Formel	$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$	n-te Wurzel	$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{ z } e^{i\varphi/n}$ $\varphi = \frac{\alpha + 2\pi k}{n}$ $\cos \alpha = \frac{a}{r}$ $k = 0, \dots, n-1$
gerade Fkt. ungerade Fkt.	$f(-x) = f(x)$ $f(-x) = -f(x)$	Lagrange-Simb	asympt. obere Schranke von f, $x \rightarrow \infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left \frac{f(x)}{g(x)} \right < k$ <small>ab-schätzen</small> $f = O(g)$ & f gegenüber g asympt. vernachlässigbar $x \rightarrow x_0, \infty$ $\lim_{x \rightarrow x_0, \infty} \left \frac{f(x)}{g(x)} \right = 0$ $f = o(g)$
Umkehrfkt.	ist f streng monoton \Rightarrow f ist injektiv \rightarrow es ex. Umkehrfkt.	Zwischenwerts.	$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, $f(a) f(b) < 0$ \rightarrow f hat mind. 1 Nst auf $[a, b]$
Grenzwertsätze	$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \pm b_n) = \lim a_n \pm \lim b_n$ $\lim_{n \rightarrow \infty} (c a_n) = c \lim a_n$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}$ <small>Quotientenregel</small> $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ <small>an, bn, cn</small>	Bisektionsverf.	$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig, $a, b \in [a, b]$ mit $f(a) f(b) < 0$, $\epsilon > 0$ $m_k = \frac{a_k + b_k}{2}$, $f(m_k) f(a_k) < 0$ \downarrow Nst $a_{k+1} = a_k, b_{k+1} = m_k$ $f(m_k) f(a_k) > 0$ $a_{k+1} = m_k, b_{k+1} = b_k$
Rechtsseitig+links-seitig!		Asymptotische Gleichheit	2 Folgen heißen asympt. gleich $a_n \sim b_n$ wenn $\frac{a_n}{b_n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$
Kontraktion	$ f(x) - f(z) \leq c x - z $, $c < 1$ x_n rekursiv, $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ $ f'(x) \leq c < 1$ dann konv. x_n gegen $x_0 \in [a, b]$ <small>↳ berechnen</small>	Horner-Schema	$x^n \mid (x^n + \dots)$ $\begin{matrix} x^n & & x^n & & \dots \\ x & & 0 & & \dots \\ \hline & & \delta x^n & & \dots \end{matrix}$
geometrische Reihe	$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$, $ x < 1$, $n \rightarrow \infty = \frac{1}{1-x}$	Hauptsatz	$\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ bei sinx mit i var x $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ bei cosx mit i var x
Kapitelkritik	$ a_n \leq b_n$, $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ konv. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konv.	Differenzquot.	$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
Minorantenkrit.	$ a_n \geq b_n$, $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ div $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n$ div.	Differentialquot.	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
Quotientenkrit.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right \leq q$ $0 \leq q < 1$	Tangentensteigung	$T_f(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
Wurzelkrit.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } \leq q$	Quotientenregel	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Leibnizkrit.	$\sum_{n=0}^{\infty} (n!)^a a_n$ konv, wenn a_n monoton fallende Nullfolge	Abt. Umkehrfkt.	$g(x)$ sei Umkehrfkt. von $f(x)$ $g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$
Konvergenzradius	$R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right }$	Extrema	$f'(x) = 0$, $f''(x) > 0 \rightarrow TP$ $f''(x) < 0 \rightarrow TP$
ln, e^x	$\ln(xy) = \ln x + \ln y$, $e^{\frac{x}{n}} = e^x/n!$ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	Satz von Rolle	$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig+diffbar $f(a) = f(b) \Rightarrow$ es ex. $f'(x_0) = 0$
Komplexe Folgen, Reihen	konvergieren genau dann, wenn $\operatorname{Re}(z)$ und $\operatorname{Im}(z)$ konv. bei Reihen Quotientenkriterium anwenden \rightarrow prüfen dass $ z < R$ <small>Wielimmes</small>	Mittelwertsatz	$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig+diffbar dann ex. $\xi \in]a, b[$ $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ <small>Tangente Sekante</small>
Trigonometrie Ptolemäus	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$		

Monotonie

$f'(x) \geq 0 \rightarrow$ wachsend
 $f'(x) \leq 0 \rightarrow$ fallend
 $f''(x) > 0 \rightarrow$ konvex \rightarrow linkskrümmung
 $f''(x) < 0 \rightarrow$ konkav \rightarrow rechtskrümmung
 $f''(x) = 0 \rightarrow$ Wendepunkt

Taylor

$T_f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k$

Restglied

$R_f(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1}, \xi \in (x, x_0)$

Newtonverfahren
 \rightarrow findet Nullst.
 $g(x) = 0$

$g'(x) \neq 0 \quad x_{k+1} = x_k - \frac{g(x_k)}{g'(x_k)}$
 \rightarrow Tangentenverfahren

MWS-Integr.

$\int_a^b f(x) dx = (b-a) f(\xi)$

Hauptsatz

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Partielle Integr.

$\int_a^b f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f(x)g'(x) dx$

Substitution

$\int_a^b f(z(x)) z'(x) dx = \int_{z(a)}^{z(b)} f(s) ds$

$u = g(x)$
 $\frac{du}{dx} = g'(x)$
 $x = h(u)$
 $\frac{dx}{du} = h'(u)$

$\int \frac{g(x)}{g'(x)} dx = \ln|g(x)| + C$
 $\int e^{g(x)} \cdot g'(x) dx = e^{g(x)} + C$
 $\int (g(x))^n g'(x) dx = \frac{1}{n+1} g(x)^{n+1} + C$

Trapezregel

$h = \frac{b-a}{n}$, Teilintervalle n
 $\rightarrow x_k = a + k \cdot h \quad k=0, \dots, n$
 $\int_a^b f(x) dx = \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x) dx$
 $\approx \sum_{k=1}^n h \cdot \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2}$

uneigentl. Integr.

$|f(x)| \leq |g(x)|$ $\int g(x)$ ist konv.
 $\rightarrow \int_a^{\infty} f(x) dx$ konv.
 beidw. $|f(x)| \geq |g(x)|$
 $\int_a^{\infty} f(x) dx$ konv. $\Leftrightarrow \sum_{k=0}^{\infty} f(x_k)$ konv.

Indexshift

$\sum_{k=0}^n \rightarrow \sum_{k=1}^{n+1}$ in Summe $k-1$

Werte

	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
cos(x)	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	-1
sin(x)	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0

Fakultäten

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$

$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$

Bin. Lehrsatz

$\sum_{i=0}^k \binom{k}{i} 2^i = 2^{k+1}$

$\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$

Abschätz. Betrag.

$|x+y| \leq |x| + |y| \quad |x-y| \leq |x| + |y|$

Bernoulli

$(1+x)^n > 1+nx$

Kreisgl.

$(a-x_1)^2 + (b-x_2)^2 = r^2$

komplexe Zahlen

$|x| \cdot |y| = |x \cdot y|, \operatorname{Re}(z) \leq |z|, \operatorname{Re}(z) = |z| \cos \varphi$

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z \bar{z}}$

arctan x

$\arctan x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

Ableitungen

$(\arctan x)' = \frac{1}{x^2+1}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

$(-\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$

$\int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$

$\int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2}$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$

$\int \frac{1}{x^2-1} dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x, \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arccos x$

$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

\rightarrow Fakultäten schreiben